

Dimensión Fractal de Autocorrelación Cuadrática en Imágenes Digitales

Andrea Silveti y Claudio Delrieux

Departamento de Ing. Eléctrica y Computadoras - Universidad Nacional del Sur - claudio@acm.org
- Parcialmente financiado por la SECyT-UNS

Abstract

El método de autocorrelación cuadrática es una variante para computar coeficiente de Hurst, el cual se utiliza para medir la dimensión fractal local en imágenes digitales. Usualmente, para computar dicho coeficiente, se toma una ventana cuadrada centrada en el pixel p , cuya dimensión fractal local se desea medir, y se evalúa la variancia de la luminancia ΔV entre dicho pixel y los pixels que están a una distancia r de p . La pendiente de la regresión lineal de dicha variancia en función de r en un espacio logarítmico es una estimación del coeficiente de autocorrelación H local en p , y la dimensión fractal local es $3 - H$. La autocorrelación cuadrática, en cambio, evalúa la variancia de luminancia entre *todos* los pixels dentro de la ventana para una distancia dada. Por lo tanto, la regresión de la variancia se realiza en función del área de dicha ventana. En trabajos anteriores mostramos que dicha evaluación es mucho más precisa y estable, pero con un costo computacional mucho mayor.

En este trabajo proponemos una mejora al método de autocorrelación cuadrática, la cual no solo reduce el costo computacional a menos de la mitad, sino que mejora experimentalmente los resultados obtenidos. Aún trabajando con ventanas pequeñas, se obtienen estimaciones más exactas y precisas con respecto a los métodos tradicionales con grandes ventanas, por lo cual los resultados son altamente satisfactorios. Además, mostramos que las propiedades de invariancia a transformaciones afines de geometría y luminancia del método son superiores al método tradicional. Finalmente, se muestran algunos ejemplos del uso de nuestro método en segmentación de características en imágenes médicas y de sensado remoto.

Palabras Clave: Procesamiento de Imágenes --- Dimensión Fractal --- Coeficiente de Hurst

1. Introducción

La estimación de la dimensión fractal (DF) en superficies es una técnica muy usada en procesamiento de imágenes, especialmente para la segmentación de regiones. Esto se debe fundamentalmente a la robustez que la caracteriza frente a los defectos y alteraciones presentes en la mayor parte de las tecnologías de adquisición de imágenes. En numerosas aplicaciones, los métodos tradicionales de segmentación no producen resultados satisfactorios, y por ello los estimadores fractales constituyen un adecuado descriptor local para segmentar regiones. Tal es

el caso del procesamiento de imágenes de sensado remoto (satélites ópticos y SAR), imágenes médicas (PET, CAT, ultrasonido), visión robótica e industrial, etc. [10, 1, 4].

La DF es un exponente que relaciona la autoinvariancia afín o autosimilitud estadística frente a cambios de escala [3, 5]. En conjuntos matemáticamente definidos, es posible encontrar la DF en forma determinística utilizando la DF de autosimilitud (llamada también DF de Hausdorff, aunque la propuesta original se debe a Kolmogorov). Sin embargo, este método es inadecuado cuando no existe una definición matemática del conjunto. Por dicha razón, en objetos o modelos no determinísticos, como puede ser la función de luminancia de una imagen digital, la metodología usual para obtener dicho exponente consiste en realizar el ajuste por regresión, (en un espacio logarítmico), de alguna magnitud relevante del conjunto, como función inversamente proporcional a la escala de medición de dicha magnitud. En algunos casos, lo que se mide es una magnitud indirecta (ocupación, probabilidad, entropía, amplitud espectral), y por lo tanto se utilizan dimensiones fractales como la DF Box, la DF de entropía, o la DF de Fourier. En el caso de imágenes digitales, la variación de luminancia es una magnitud de obtención inmediata, y por lo tanto es adecuado computar la DF local basada en las variaciones locales de luminancia [7, 6].

El cómputo de la DF local en un pixel p requiere realizar la regresión del comportamiento de la luminancia en función de la escala, en un entorno reducido centrado en p . En imágenes digitales, lo usual es que dicho entorno esté incluido en una *ventana* cuadrada. En general, cuanto mayor es la ventana, más precisa es la estimación pero mayor es el costo computacional. Uno de los métodos más usuales para evaluar la DF local es el exponente de autocorrelación de Hurst (H), que caracteriza a una función de acuerdo a cómo se puede estimar su variancia ΔV dentro de entornos r de tamaño decreciente, de manera de obtener un ajuste de la forma $\Delta V \sim (\Delta r)^H$. Es posible mostrar que la dimensión fractal de la función es $D = 2 - H$ con $H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(r)}$ y $0 \leq H \leq 1$.

En imágenes, se toman discos de radios decrecientes centrados en el pixel cuya DF local se desea medir, y se evalúa la regresión del ΔV dentro del disco, en función del radio r . La relación entre la dimensión fractal de la función de luminancia de la imagen y el coeficiente de autocorrelación es $D = 3 - H$ dado que H se computa con la regresión de $H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(r)}$.

En [8] se introduce una variación al método de cálculo del coeficiente de autocorrelación adaptado a superficies. Este nuevo método evalúa un *coeficiente de autocorrelación cuadrático* mejorando la calidad de las estimaciones locales de la DF, pero con un costo computacional mucho más alto a iguales tamaños de ventana. En este trabajo se presenta una forma de evaluar dicho coeficiente reduciendo la complejidad de cálculo, obteniendo resultados igual de precisos. Estudiamos también las propiedades de invariancia frente a transformaciones afines de geometría y luminancia de esta nueva técnica. Comparamos nuestro método con las implementaciones usuales en la bibliografía, y mostramos que la DF local obtenida con el coeficiente de autocorrelación cuadrático evaluado en ventanas pequeñas es más precisa que la obtenida con el método tradicional en ventanas de mayor tamaño. Finalmente, mostramos algunos ejemplos de aplicación de la DF local para la segmentación de características en imágenes de microscopía electrónica y de sensado remoto.

2. Autocorrelación cuadrática de la luminancia

Las técnicas para medir la DF local en superficies mencionadas en este trabajo están basadas en la determinación del exponente de autocorrelación de la luminancia en imágenes. El método

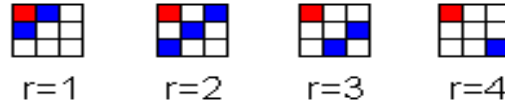


Figura 1: Pixels a distancia 1,2,3 y 4 (en norma 1) respecto del pixel superior izquierdo

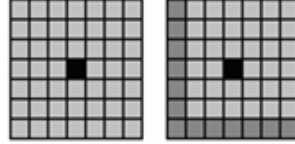


Figura 2: Ventana de 7×7 , mostrando que 12 es la máxima distancia en norma uno.

tradicional para el cómputo de la DF de autocorrelación evalúa la regresión de la variancia de luminancia ΔV en función del radio r del entorno considerado, tomando valores decrecientes del radio dentro de la ventana. En la determinación de ΔV , un incremento Δr del radio del disco incrementa en $2\pi\Delta r$ la cantidad de pixels a evaluar. Por ello decimos que es un método 1D de revolución, y en consecuencia, aún trabajando con ventanas de gran tamaño, los tiempos de ejecución son relativamente cortos, pero los resultados no son muy satisfactorios.

En [8] tomamos las áreas dentro de cada ventana precisamente como *áreas rectangulares* y no como círculos de radio r , y por lo tanto en la determinación de ΔV se consideran *todos* los pixels que están a una distancia r entre sí dentro de la ventana. Se desplaza una ventana de $n \times n$, n impar, sobre cada pixel p de la imagen para calcular la DF local del mismo. Se busca la máxima variación de luminancia $\Delta V = |L_i - L_j|$ entre dos pixels i y j dentro la ventana tales que i y j están a distancia r . Utilizamos distancia norma uno, y por lo tanto se considera la pendiente de la regresión en espacio logarítmico entre ΔV y r , para valores de r entre 1 y $2n-2$ que es la máxima distancia norma uno entre dos pixels cualesquiera de una ventana cuadrada de $n \times n$ (ver Fig. 1). La regresión buscada es ahora entre la variancia de luminancia ΔV y el área rectangular ar considerada. El coeficiente de autocorrelación cuadrático H_2 es entonces

$$H_2 = \lim_{ar \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(ar)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(r^2)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{2 \log(r)}.$$

El uso de distancia norma uno permite que, aún con ventanas pequeñas, la cantidad de puntos en la regresión sea mucho mayor (ver Fig. 2).

Teniendo en cuenta el tiempo de cómputo para la obtención del coeficiente H_2 , estudiamos la aplicación del método en áreas circulares, lo cual determina una disminución de la cantidad de pixels considerados y consecuentemente del tiempo de ejecución. En esta mejora, se desplaza una ventana circular de diámetro n impar sobre cada pixel de la imagen para calcular la DF local del mismo. De este modo, hacemos la regresión entre ΔV y r , para valores de r entre 1 y $2 \times \max(i+j)$ para i, j tales que $i^2 + j^2 \leq (\lfloor n/2 \rfloor)^2$ (ver Fig. 3). De esa manera, la correlación entre ΔV y el área circular ac es

$$H_2 = \lim_{ac \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(ac)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(\pi r^2)} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(\pi) + 2 \log(r)}.$$

Es posible ver que, en el espacio logarítmico, la regresión de puntos ΔV vs. ac tendrá una pendiente igual a $2H$, dado que el término constante en el denominador implica un desplazamiento de todos los puntos sin alterar la pendiente del ajuste.

En otras palabras, la ventana circular es también un método de autocorrelación cuadrática, pero con $\pi/4$ veces menos pixels a considerar, mejorando notoriamente el tiempo de ejecución.

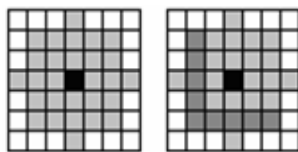


Figura 3: Ventana circular de diámetro 7, donde 8 es la máxima distancia en norma uno.

Método de medición	Tamaño de ventana				
	3	5	7	9	11
AL	8	20	36	68	80
AR	43	440	1911	5592	13095
AC	43	89	580	1692	5087

Tabla 1: Cantidad de pares de puntos a evaluar para determinar la autocorrelación local en un pixel, en función del tamaño de la ventana. AL: Autocorrelación lineal. AR: Autocorrelación cuadrática en áreas rectangulares. AC: idem AR en áreas circulares.

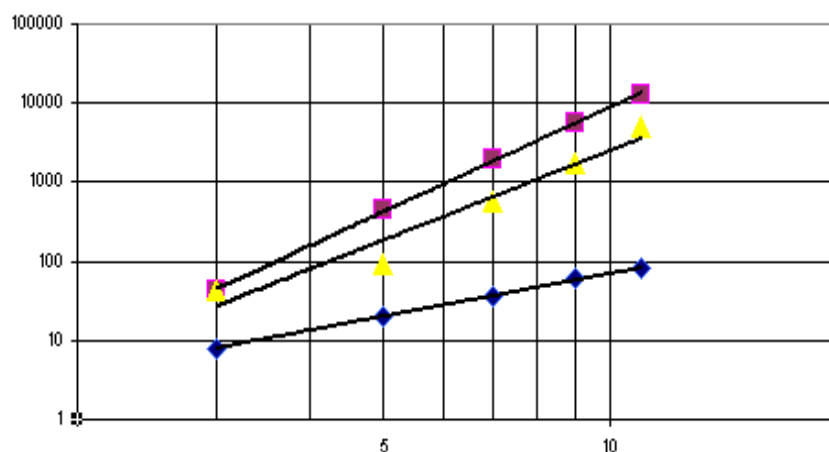


Figura 4: Regresión polinomial de la complejidad de los métodos.

En la Tabla 1 se puede apreciar la cantidad de pares de puntos a evaluar para determinar la autocorrelación local en un pixel, en función del tamaño de la ventana. En la Fig. 4 se visualiza la regresión polinomial de la cantidad de comparaciones de los tres métodos en función del tamaño de la ventana. Las pendientes del ajuste determinan que la complejidad del método tradicional (lineal) es $O(N^{1,83})$, el rectangular es $O(N^{4,40})$, y el circular $O(N^{3,37})$. Por otra parte, como veremos en la próxima Sección, esta mejora produce resultados de idéntica calidad que la estimación cuadrática, pero con una apariencia visual más adecuada, especialmente en las propiedades de invariancia frente a transformaciones.

Para efectuar la comparación de nuestro método con el tradicional, tomamos una imagen sintética con 6 sectores y un borde, cada uno con diferente DF local. Estos sectores fueron generados utilizando el algoritmo de desplazamiento aleatorio del punto medio [2] (ver Fig. 5). Los resultados de la medición de la DF con la técnica de autocorrelación cuadrática son muy superiores a los obtenidos con el método de Hurst tradicional (ver Figs. 6). La dimensión fractal local se muestra en falso color, con escala variando entre $D=2$ (verde) y $D=3$ (rojo). En la Tabla 2 se consigna el promedio de las DF locales en los pixels de cada sector, medidas con el coeficiente de autocorrelación lineal de Hurst (AL), con el coeficiente de autocorrelación

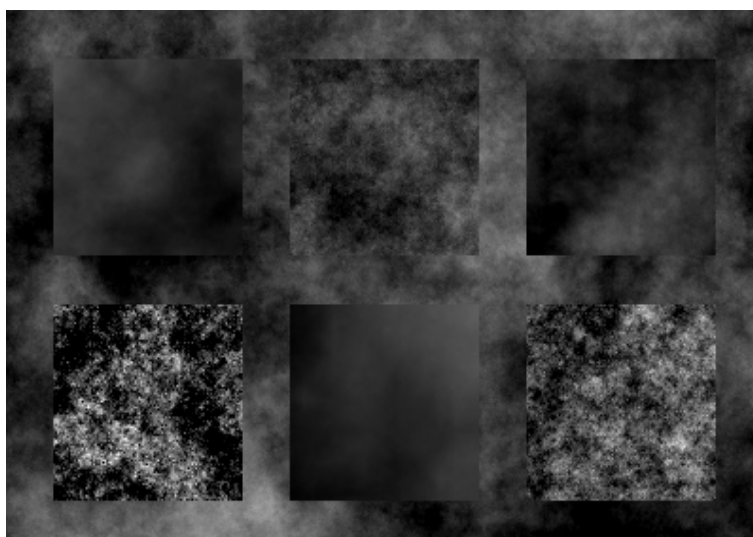


Figura 5: Imagen de prueba con 6 sectores y un borde, cada uno con diferente dimensión fractal.

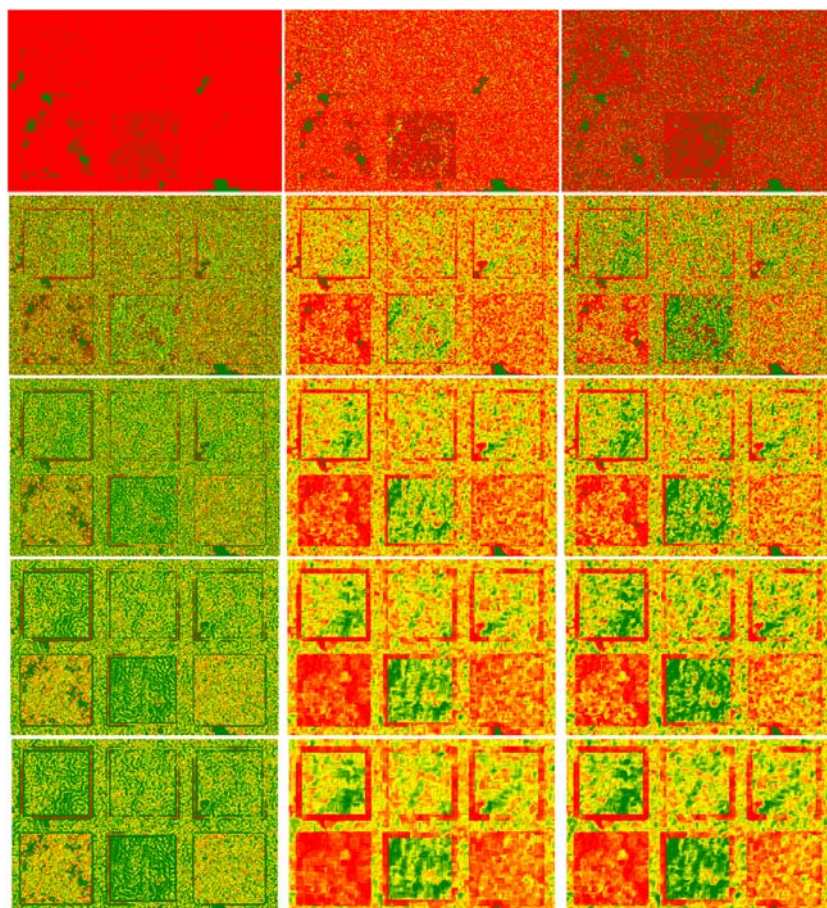


Figura 6: DF local computada a partir de la imagen de la Fig. 5 De izquierda a derecha: Métodos AL, AR y AC. De arriba hacia abajo: Tamaño de ventana 3, 5, 7, 9 y 11. La dimensión fractal local se muestra en falso color, con escala variando entre $D=2$ (verde) y $D=3$ (rojo)

cuadrático en áreas rectangulares (AR) y circulares (AC), en cada uno de los sectores, junto con la DF original del sector, para diferentes tamaños de ventanas. También se visualizan los mismos resultados en la Fig. 7 donde claramente se advierte que realizar una medición con

Sector		Ventana 3			Ventana 5			Ventana 7		
Ubicación	DF	AL	AR	AC	AL	AR	AC	AL	AR	AC
Sup. Izq.	2,2	2,9362	2,8205	2,7401	2,3762	2,5273	2,3848	2,2402	2,4418	2,3725
Sup.Cen.	2,6	2,9973	2,8754	2,7362	2,4336	2,72	2,5865	2,3435	2,6924	2,6337
Sup.Der.	2,4	2,9739	2,8365	2,7173	2,4002	2,6223	2,479	2,2863	2,5645	2,5005
Inf. Izq.	2,9	2,904	2,8387	2,6944	2,4647	2,8385	2,7218	2,3972	2,8604	2,8134
Inf. Cen.	2,1	2,8875	2,7965	2,7119	2,3518	2,464	2,3138	2,195	2,3608	2,2867
Inf. Der.	2,8	2,9946	2,876	2,733	2,4527	2,7629	2,6322	2,3797	2,7515	2,6956
Borde	2,5	2,9953	2,8628	2,7211	2,42	2,6628	2,5177	2,3128	2,6125	2,5492

Sector		Ventana 9			Ventana 11		
Ubicación	DF	AL	AR	AC	AL	AR	AC
Sup. Izq.	2,2	2,2103	2,4041	2,3283	2,1863	2,3854	2,3323
Sup.Cen.	2,6	2,3433	2,683	2,6193	2,3263	2,6831	2,6366
Sup.Der.	2,4	2,2712	2,5387	2,4647	2,2489	2,5271	2,4733
Inf. Izq.	2,9	2,4153	2,8778	2,8303	2,4125	2,8935	2,8621
Inf. Cen.	2,1	2,1603	2,3188	2,2357	2,1386	2,2982	2,24
Inf. Der.	2,8	2,3919	2,756	2,6951	2,3819	2,764	2,7215
Borde	2,5	2,3018	2,591	2,5192	2,2789	2,5814	2,5296

Tabla 2: Resultados obtenidos con la imagen de prueba en la Fig. 5 para los tres métodos y difetentes tamaños de ventana

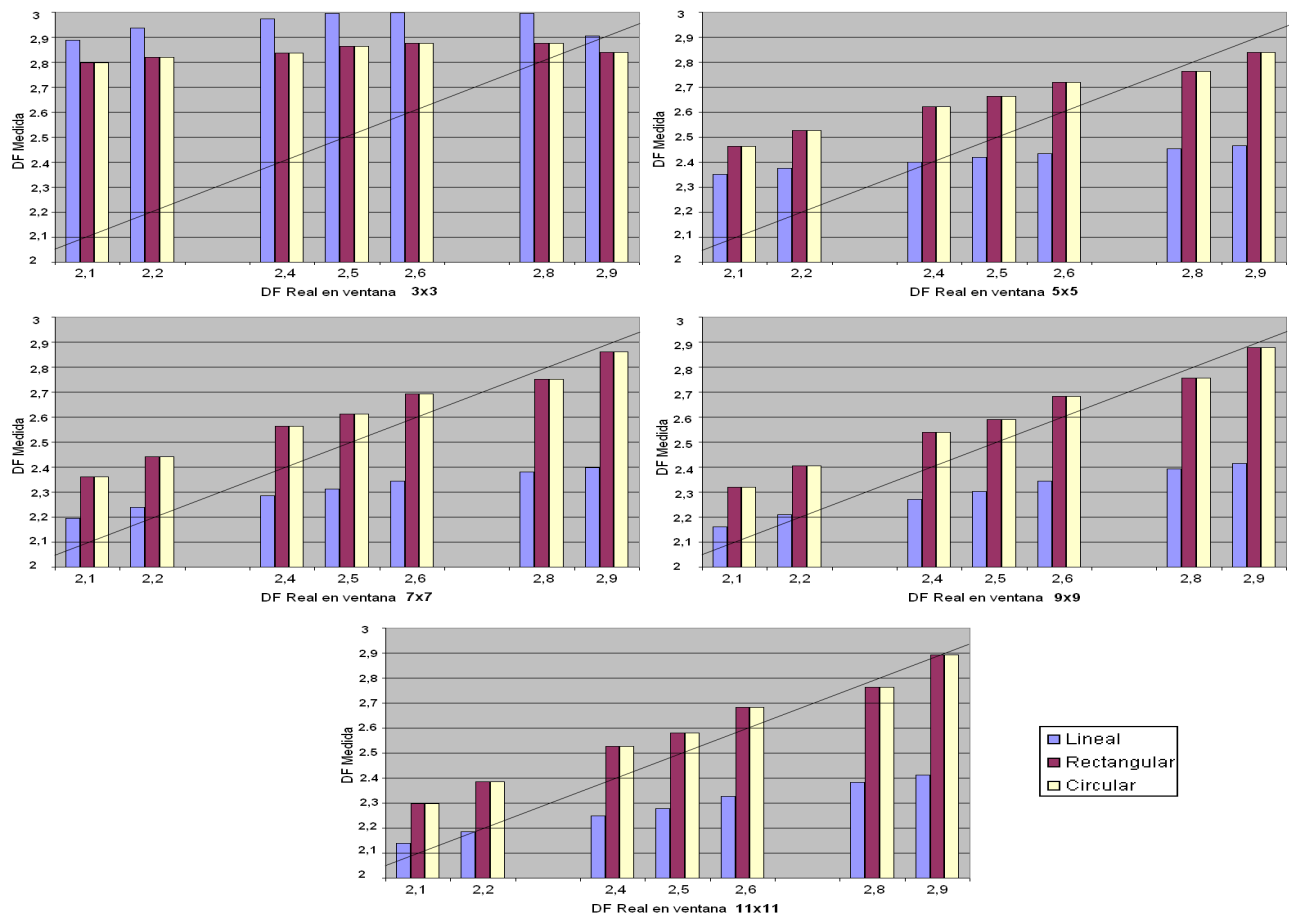


Figura 7: Mediciones obtenidas con la imagen de prueba en la Fig. 5 para los tres métodos y difetentes tamaños de ventana

ventana 9x9 con el método lineal es comparable con una medición con ventana 5x5 con el método circular.

3. Propiedades de invariancia

Testeamos el método de autocorrelación cuadrático con la nueva mejora frente a un conjunto de propiedades que debe tener para ser considerado adecuado como método de medida [9]. En particular, la propiedad de invariancia de una medida W es denominada *dimensional* si posee la propiedad

$$W(\lambda_g \lambda_l f) = W(f),$$

donde $\lambda_g \lambda_l f$ denota la aplicación de una transformación geométrica afín g y una transformación afín de luminancia l a la función f de luminancia de la imagen. Esta propiedad básicamente establece que la medición local de la DF debe ser invariante frente a transformaciones afines de la geometría y de la luminancia, y es fundamental para asegurar que la DF es una medida robusta. En todos los casos, comparamos resultados sobre los testeos realizados tanto en los métodos de autocorrelación cuadrático en áreas rectangulares (AR) y circulares (AC), como en el método de autocorrelación lineal tradicional (AL).

Es fácil mostrar que en el caso de traslaciones, la variancia de luminancia ΔV no experimenta cambios simplemente por definición. Dada una traslación t , $|L_{i+t} - L_{j+t}|$ será idéntica a $|L_i - L_j|$ para cualquier par de pixels; y esto vale para cualquiera de los métodos analizados. En el caso de invariancia frente a rotaciones, es esperable que ocurran pequeñas diferencias producidas por el *aliasing* y filtrados implícitos de remuestreo y reconstrucción que generan las rotaciones en una grilla discreta. En la Fig. 8 se observa el resultado de aplicar DF local a la imagen de prueba de la Fig. 5 con autocorrelación lineal y autocorrelación cuadrática en áreas circulares, para ventana de tamaño 11, y con diferentes ángulos de rotación. En la Tabla 3 se consignan los resultados con los tres métodos de medida.

La invariancia frente a cambios de escala también es teóricamente esperable, dado que aplicar una escala isotrópica α a la imagen equivale a modificar el radio del entorno r por su factor recíproco. Por lo tanto la definición de H es ahora

$$H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(\Delta V)}{\log(\frac{r}{\alpha})},$$

lo que implica que los puntos en el ajuste por regresión se desplazan horizontalmente un valor constante, pero la pendiente del ajuste sigue siendo igual. Sin embargo en la práctica, el cambio de escala de una imagen implica su remuestreo y reconstrucción, lo cual genera *aliasing* y filtrados implícitos especialmente en las frecuencias más altas (es decir, el ΔV medido para valores de r bajos está por debajo del real). En este caso es donde nuestro método exhibe mayor robustez que el tradicional, dado que cuenta con mayor cantidad de puntos en la regresión y por lo tanto la subdeterminación en valores de r bajos no afecta tan severamente al H obtenido. En la Fig. 9 se observa el resultado de aplicar DF local a la imagen de la Fig. 5 con diferentes escalas procesadas con ventana de tamaño 7. En la Tabla 4 se consignan los resultados.

Con respecto a transformaciones afines de luminancia, es fácil ver que en teoría los métodos deberían ser invariantes. Supongamos una transformación de brillo y contraste

$$L' = \beta L + \gamma.$$

La traslación por γ claramente no afecta al nuevo ΔV , dado que se cancela en la diferencia de valores de luminancia entre todo par de pixels. El factor de escala β va a aparecer como factor

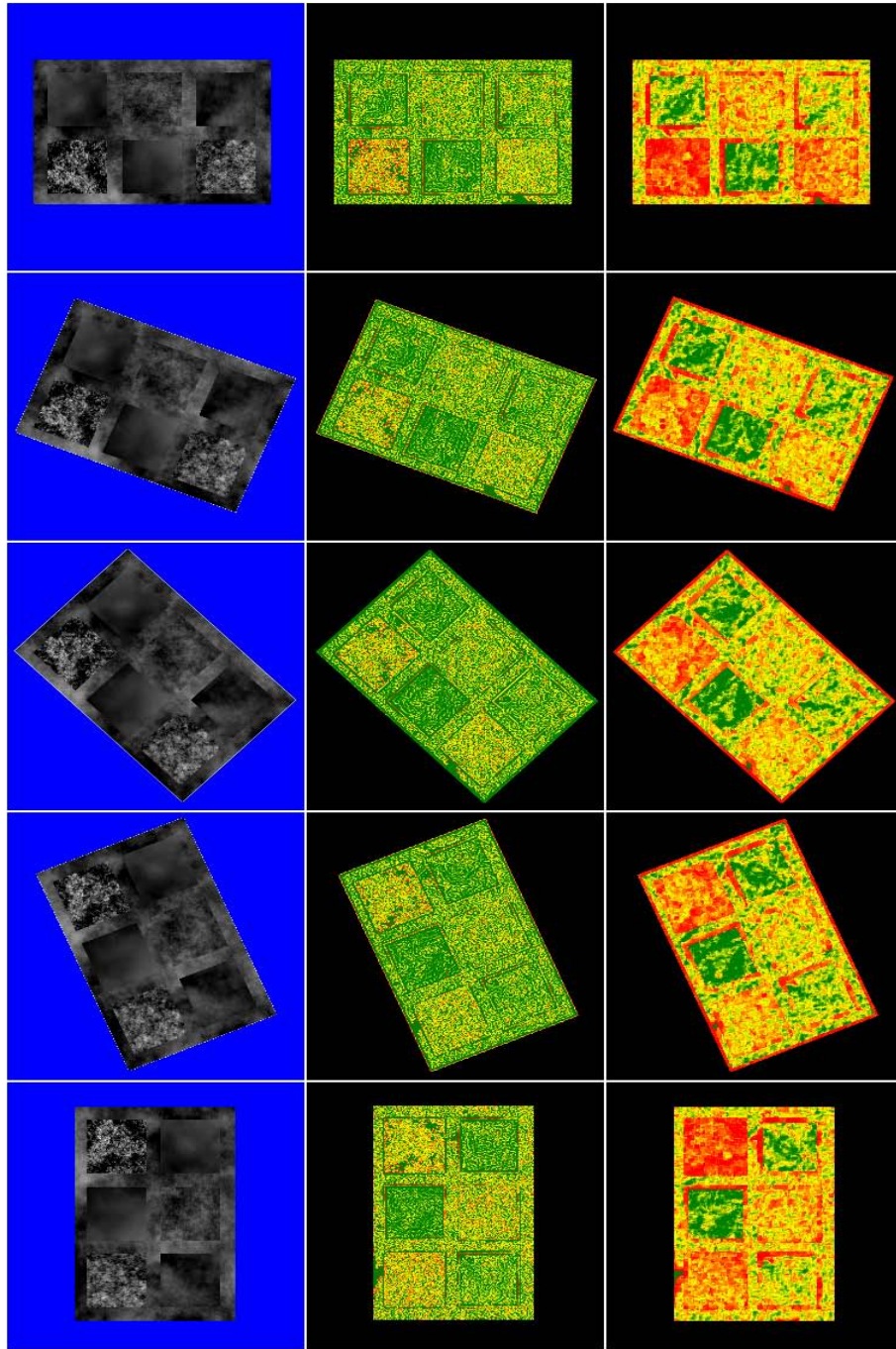


Figura 8: Invariancia frente a rotaciones. Columna de la izquierda: Imagen de prueba rotadas 0, 22, 45, 67 y 90 grados. Columna del centro: AL. Columna de la derecha: AC.

Invariancia frente a rotaciones					
Método	0°	22°	45°	67°	90°
AL	2.2751	2.2347	2.2248	2.2360	2.2780
AR	2.5772	2.5709	2.6187	2.5767	2.6189
AC	2.5693	2.5032	2.4907	2.5017	2.5701

Tabla 3: DF local media en las imágenes de la Fig. 8. Ventana de tamaño 11.

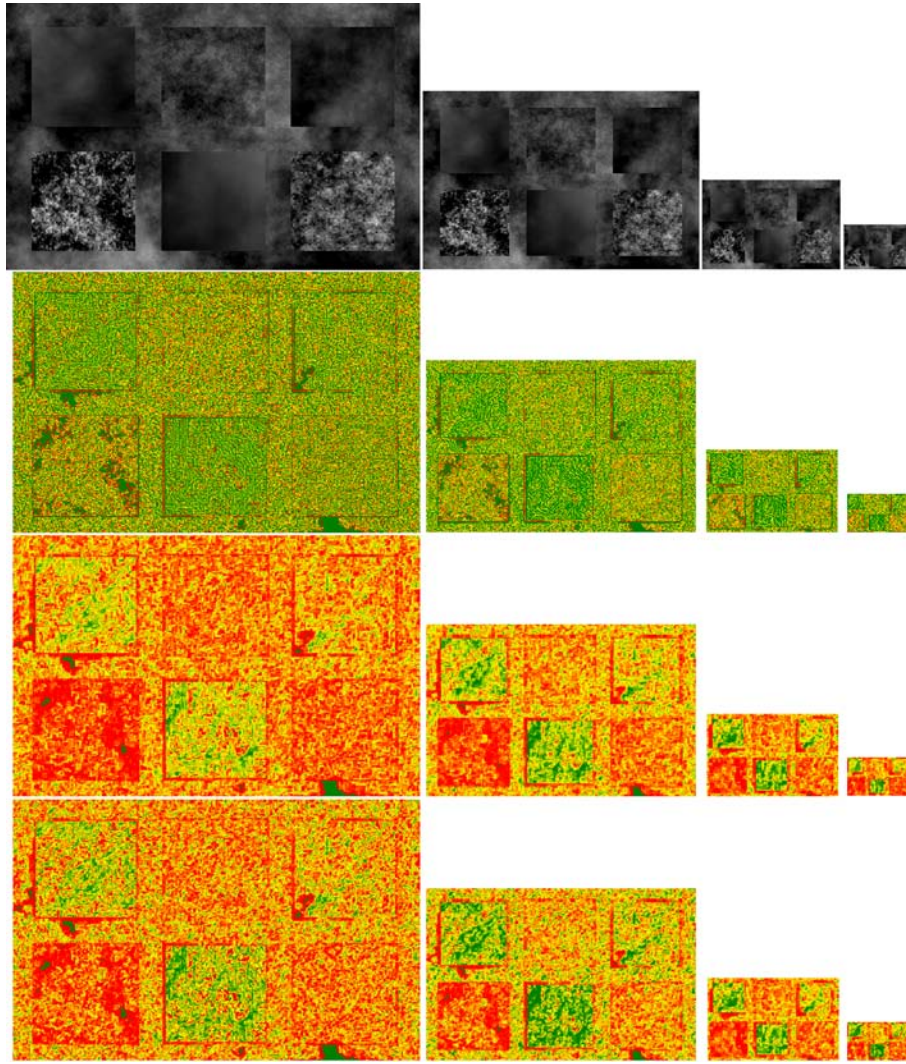


Figura 9: Invariancia frente a cambios de escala sobre la imagen de la Fig. 5. Fila superior: Transformación de escala al 150 %, 100 %, 50 % y 25 %. Filas siguientes: procesamiento con AL, AR y AC respectivamente

del nuevo ΔV ya que afecta a la luminancia de ambos pixels. Por lo tanto en la regresión lineal los valores de $\log(\Delta V)$ aparecerán desplazados por un factor constante, lo cual implica que su pendiente tampoco es afectada. En la práctica, como L está representada en 8 bits, es muy frecuente que los efectos de cuantización generen valores espurios de DF. Como en las simetrías anteriores, nuestro método es más robusto que el tradicional con respecto a transformaciones de luminancia. En la Fig. 10 se observa el resultado de aplicar DF local a la imagen de a Fig. 5 con varias transformaciones de luminancia y ventana 7. En la Tabla 5 se consignan los resultados.

Invariancia frente a cambios de escala											
150 %			100 %			50 %			25 %		
AL	AR	AC	AL	AR	AC	AL	AR	AC	AL	AR	AC
2.3489	2.7035	2.6526	2.3028	2.6288	2.5651	2.3132	2.6458	2.5847	2.3139	2.6863	2.6230

Tabla 4: DF local media en las imágenes de la Fig. 9. Ventana de tamaño 7.

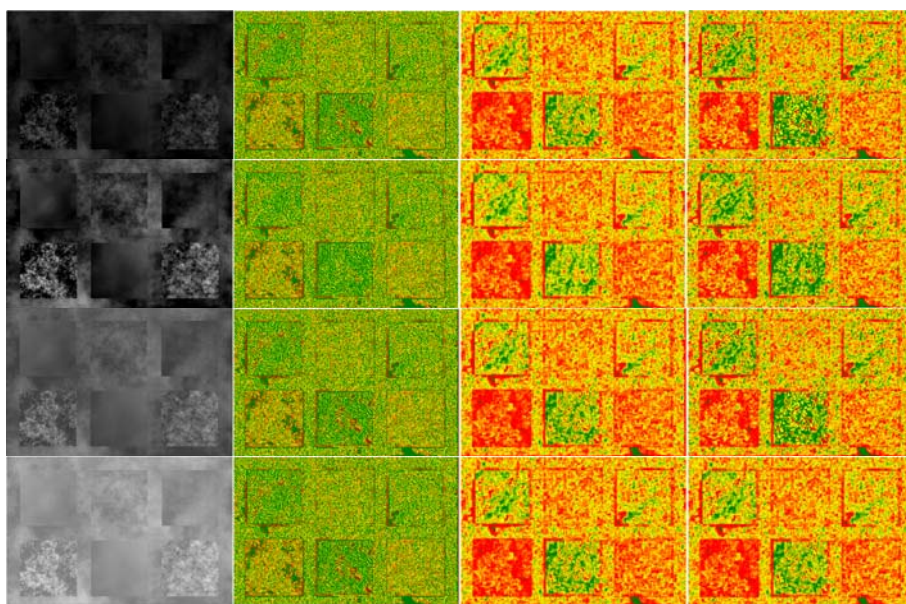


Figura 10: Invariancia frente a cambios de luminancia. En la columna de la izquierda se aplicaron transformaciones de luminancia: $L = 0,5L$, $L = L$ (luminancias de la imagen original, en el intervalo $[0..255]$), $L = 64 + 0,5L$ y $L = 127 + 0,5L$. Las demás columnas de izquierda a derecha corresponden al procesamiento con ventana de tamaño 7 con AL, AR y AC respectivamente.

Invariancia frente a transformaciones de luminancia												
DF del sector	L original			$L = 0,5 * L$			$L = 64 + 0,5 * L$			$L = 127 + 0,5 * L$		
	AL	AR	AC	AL	AR	AC	AL	AR	AC	AL	AR	AC
2,2	2,2328	2,3495	2,4216	2,2423	2,477	2,4194	2,2423	2,477	2,4194	2,2423	2,477	2,4194
2,6	2,3391	2,6228	2,6824	2,3246	2,6947	2,6358	2,3246	2,6947	2,6358	2,3248	2,6947	2,6358
2,4	2,2799	2,4857	2,5518	2,2717	2,5745	2,5129	2,2717	2,5745	2,5129	2,2717	2,5745	2,5129
2,9	2,3932	2,8104	2,8582	2,3852	2,8617	2,815	2,3854	2,8617	2,815	2,3875	2,8617	2,815
2,1	2,186	2,2622	2,3391	2,2225	2,3877	2,3223	2,2225	2,3877	2,3223	2,2225	2,3877	2,3223
2,8	2,3757	2,6903	2,7468	2,3635	2,7538	2,6983	2,3638	2,7538	2,6983	2,3665	2,7538	2,6983
2,5	2,3075	2,533	2,5995	2,2945	2,6148	2,5522	2,2945	2,6148	2,5522	2,2971	2,6148	2,5522

Tabla 5: DF local media en las imágenes de la Fig. 10. Tamaño de ventana 11.

4. Resultados y aplicaciones

En esta sección mostramos algunos resultados obtenidos al aplicar nuestro método en un par de ejemplos de imágenes de diferentes fuentes. En la Fig. 11(a) podemos observar una imagen resultante de promediar un conjunto de imágenes satelitales nocturnas NOAA DMSP obtenidas sobre la provincia de Buenos Aires durante 2003¹. El objetivo de obtener estas imágenes consiste en poder determinar los patrones de urbanización y crecimiento urbano en la región. En las zonas altamente urbanizadas, la iluminación nocturna es suficiente como para saturar el sensor y obtener el máximo registro en la lectura. En las zonas despobladas se produce el efecto contrario. Las zonas en las cuales se está dando una situación de transición son aquellas donde la iluminación es intermedia. Sin embargo, dado que la calibración del sensor es adaptativa, no existe un registro que permita determinar con exactitud el valor preciso de luminancia en cada pixel, por lo tanto segmentar las áreas geográficas de transición utilizando la luminancia pro-

¹Imágen y procesamiento efectuado en el NOAA's National Geophysical Data Center, Earth Observation Group (<http://www.ngdc.noaa.gov/dmsp>). Cortesía de Sharolyn Anderson y Benjamin Tuttle, de la University of Denver y el National Ocean and Atmosphere Agency, respectivamente.

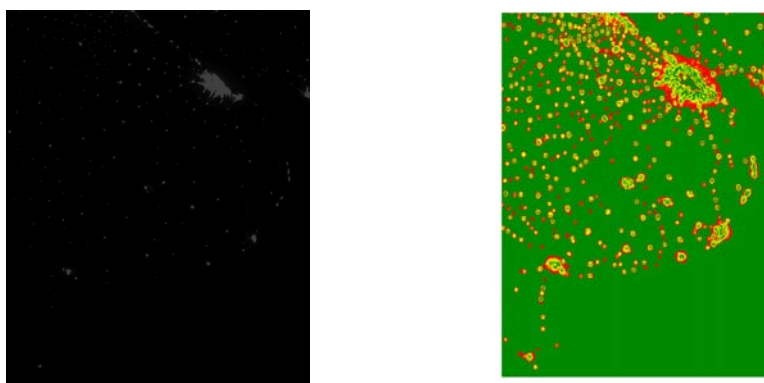


Figura 11: Imagen satelital nocturna y su dimensión fractal local.

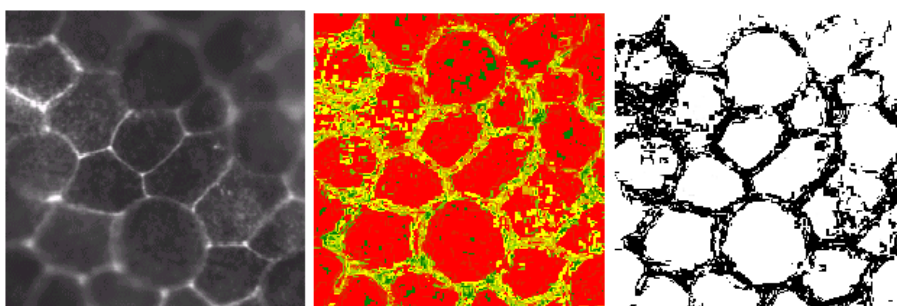


Figura 12: Imagen de microscopía electrónica, su dimensión fractal, y la binarización de los pixels con $DF < 2,8$.

duce resultados incorrectos. Si estos valores se utilizan para elaborar tendencias, los resultados pueden ser inconsistentes.

La caracterización fractal de la función de luminancia, sin embargo, no tiene dicho problema dado que es invariante frente a cambios de luminancia, y por lo tanto no depende de la calibración del sensor. Las zonas altamente urbanizadas, así como las zonas despobladas, se pueden caracterizar como de baja variancia geográfica, y por lo tanto de baja DF. Las zonas de transición serán aquellas en las cuales existe una baja o nula correlación geográfica en la función de luminancia, lo cual produce una alta DF (ver Fig. 11(b)).

En la Fig. 12(a) podemos ver una imagen del epitelio de un embrión de *Bufo arenarum* (sapo) obtenidos por técnicas de microscopía de inmunofluorescencia². El propósito de este tipo de imágenes es el estudio de modelos biológicos, para lo cual una de las características fundamentales a determinar es la posición de la membrana celular. Este tipo de imágenes presenta una gran cantidad de problemas y defectos (ruido multiplicativo causado por el método de generación, desenfoque, cambios de contraste y luminancia debidos a la fijación no uniforme del reactivo, etc.). Todo esto hace imposible segmentar el contorno de dicha membrana con ninguno de los métodos clásicos de detección de bordes (filtrado por convolución, morfología, etc.). Sin embargo, una característica de la imagen es que en las zonas cercanas a las membranas celulares la intensidad de los pixels se hace más correlacionada que en otros lugares de la muestra, y por lo tanto su DF se hace más baja. Por lo tanto, una segmentación de las zonas de la imagen con DF menores que cierto umbral produce resultados que con posterior procesamiento pueden producir el resultado deseado (ver Fig. 12(c)).

²Cortesía Víctor Bravo y María Fernanda Izaguirre, Laboratorio de Microscopía, UNER.

5. Conclusiones y trabajo futuro

Presentamos una mejora al método de autocorrelación cuadrática para determinar el exponente de Hurst en superficies. La idea subyacente de este método consiste en evaluar la variancia de la luminancia dentro de la ventana, en todos los pixels que estén a cierta distancia r , y correlacionar dicha variancia con r . Se mostró que utilizando ventanas redondas es posible obtener mejores estimaciones locales de la dimensión fractal, y con un costo computacional menor. Se estudiaron las propiedades de invariancia frente a transformaciones afines de la geometría y de la luminancia y se compararon los resultados con las implementaciones usuales en la bibliografía. Finalmente, mostramos algunos ejemplos de aplicación de la DF local para la segmentación de características en imágenes de microscopía electrónica, y de sensado remoto.

El trabajo futuro más importante es el estudio de la complejidad computacional del método y, fundamentalmente, encontrar mecanismos de aceleración que permitan su implementación en grandes volúmenes de información (imágenes 2D y datos 3D). Una estrategia posible para esto, dada la natural independencia del cómputo local de la DF, consiste en utilizar hardware gráfico paralelo (GPUs).

Referencias

- [1] C. Delrieux and R. Katz. Image Segmentation Through Automatic Fractal Dimension Classification. In *Argentine Symposium on Computing Technology*, Buenos Aires, 2003. 32 JAIIO, Jornadas Argentinas de Informática e Investigación Operativa,.
- [2] A. Fournier, D. Fussell, and L. Carpenter. Computer Rendering of Stochastic Models. *Communications of the ACM*, 25(6):371–384, 1982.
- [3] B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman, New York, 1983.
- [4] Yamashiro P. Fractal Analysis of MRI. Technical Report Medical Sciences Lab., University of Washington, Seattle, 1997.
- [5] H.-O. Peitgen and D. Saupe. *The Science of Fractal Images*. Springer-Verlag, New York, 1986.
- [6] J. C. Russ. *Fractal Images*. Plenum Press, 1993.
- [7] J. C. Russ. *The Image Processing Handbook*. CRC Press, Boca Raton, FL, third edition, 1999.
- [8] A. Silveti and C. Delrieux. Medición de la Dimensión Fractal en Superficies. In *Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación*, pages 81–85, Trelew, Argentina, 2007. WICC, .
- [9] Pierre Soille and Jean-F. Rivest. On the validity of fractal dimension measurements in image analysis. *J. Visual Communication and Image Representation*, 7(3):217–229, 1996.
- [10] T. Wang, D. Li, C. Q. Zheng, and Y. Zheng. Segmentation of medical ultrasonic image using fractal. In J. Zhou, A. K. Jain, T. Zhang, Y. Zhu, M. Ding, and J. Liu, editors, *Proc. SPIE Vol. 3545, p. 496-499, International Symposium on Multispectral Image Processing (ISMIP'98)*, Ji Zhou; Anil K. Jain; Tianxu Zhang; Yaoting Zhu; Mingyue Ding; Jianguo Liu; Eds., pages 496–499, September 1998.